p.171 A3) $\vdash J \leftrightarrow [J \vee (L \wedge \neg L)]$

1	J	
2	$J \vee (L \wedge \neg L)$	$\vee$I 1
3	$J \vee (L \wedge \neg L)$	
4	J	
5	J	R 4
6	$L \wedge \neg L$	
7	L	$\wedge$E 6
8	$\neg L$	$\wedge$E 6
9	$\bot$	$\neg$E 8, 7
10	J	X 9
11	J	$\vee$E 3, 4–5, 6–10
12	$J \leftrightarrow [J \vee (L \wedge \neg L)]$	$\leftrightarrow$I 1–2, 3–11

C1) $C \to (E \land G),\ \neg C \to G \vdash G$

1	$C \to (E \land G)$	
2	$\neg C \to G$	
3	$\quad C$	
4	$\quad E \land G$	$\to$E 1, 3
5	$\quad G$	$\land$E 4
6	$\quad \neg C$	
7	$\quad G$	$\to$E 2, 6
8	G	LEM 3–5, 6–7

B4) $(W \vee X) \vee (Y \vee Z),\ X \to Y,\ \neg Z \vdash W \vee Y$

1	$(W \vee X) \vee (Y \vee Z)$	
2	$X \to Y$	
3	$\neg Z$	
4	$W \vee X$	
5	W	
6	$W \vee Y$	$\vee$I 5
7	X	
8	Y	$\to$E 2, 7
9	$W \vee Y$	$\vee$I 8
10	$W \vee Y$	$\vee$E 4, 5–6, 7–9
11	$Y \vee Z$	
12	~~Y~~ Y	DS 11, 3
~~13~~	~~$W \vee X$~~	~~$\vee$I 12~~
~~14~~	~~Z~~	
13	$W \vee Y$	$\vee$I 12
14	$W \vee Y$	$\vee$E 1, 4–10, 11–13

$\mathcal{A} \longleftrightarrow \mathcal{B}$

B3) $(Z \wedge K) \leftrightarrow (Y \wedge M),\ D \wedge (D \rightarrow M) \vdash Y \rightarrow Z$

1	$(Z \wedge K) \leftrightarrow (Y \wedge M)$	
2	$D \wedge (D \rightarrow M)$	
3	Y	
4	D	$\wedge E$ 2
5	$D \rightarrow M$	$\wedge E$ 2
6	M	$\rightarrow E$ 5, 4
7	$Y \wedge M$	$\wedge I$ 3, 6
8	$Z \wedge K$	$\leftrightarrow E$ 1, 7
9	Z	$\wedge E$ 8
10	$Y \rightarrow Z$	$\rightarrow I$ 3-9

5

C1) Show that

$R \leftrightarrow E$ is provably equiv to $E \leftrightarrow R$

So we must show:

$R \leftrightarrow E \vdash E \leftrightarrow R$ and $E \leftrightarrow R \vdash R \leftrightarrow E$

1	$R \leftrightarrow E$	
2	E	
3	R	$\leftrightarrow$E 1,2
4	R	
5	E	$\leftrightarrow$E 1,4
6	$E \leftrightarrow R$	$\leftrightarrow$I 2-3, 4-5

1	$E \leftrightarrow R$	
2	E	
3	R	$\leftrightarrow$E 1,2
4	R	
5	E	$\leftrightarrow$E 1,4
6	$R \leftrightarrow E$	$\leftrightarrow$I 4-5, 2-3

C2) Show ~~Prove~~ G and $\neg\neg\neg\neg G$ are provably equivalent

So we must show $G \vdash \neg\neg\neg\neg G$ and $\neg\neg\neg\neg G \vdash G$

1	G	
2		$\neg G$	
3		$\bot$	$\neg E$ 2,1
4	$\neg\neg G$	$\neg I$ 2–3
5		$\neg\neg\neg G$	
6		$\bot$	$\neg E$ 5,4
7	$\neg\neg\neg\neg G$	$\neg I$ 5–6

1	G	
2		$\neg\neg\neg G$	
3		$\neg G$	DNE 2
4		$\bot$	$\neg E$ 3,1
5	$\neg\neg\neg\neg G$	$\neg I$ 2–4

A

1	$\neg\neg\neg\neg G$	
2	$\neg\neg G$	DNE 1
3	G	DNE 2

(4) Show

$U \to I \vdash \neg(U \wedge \neg I)$

1	$U \to I$	
2	$U \wedge \neg I$	
3	U	$\wedge E$ 2
4	$\neg I$	$\wedge E$ 2
5	I	$\to E$ 1,3
6	$\bot$	$\neg E$ 4,5
7	$\neg(U \wedge \neg I)$	$\neg I$ 2–6

$\neg(U \wedge \neg I) \vdash U \to I$

1	$\neg(U \wedge \neg I)$	
2	$(\neg U) \vee (\neg\neg I)$	Dem 1
3	U	
4	$\neg U$	
5	$\bot$	$\neg E$ 4,3
6	I	X 5
7	$\neg\neg I$	
8	I	DNE 7
9	I	$\vee E$ 2, 4–6, 7–8
10	$U \to I$	$\to I$ 3–9

C6)

$\neg G \leftrightarrow H \vdash \neg(G \leftrightarrow H)$

1	$\neg G \leftrightarrow H$	
2	$\quad G \leftrightarrow H$	
3	$\quad\quad G$	
4	$\quad\quad H$	$\leftrightarrow$E 2,3
5	$\quad\quad \neg G$	$\leftrightarrow$E 1,4
6	$\quad\quad \bot$	$\neg$E 5,3
7	$\quad\quad \neg G$	
8	$\quad\quad H$	$\leftrightarrow$E 1,7
9	$\quad\quad G$	$\leftrightarrow$E 2,8
10	$\quad\quad \bot$	$\neg$E 7,9
11	$\quad \bot$	LEM 3–6, 7–10
12	$\neg(G \leftrightarrow H)$	$\neg$I 2–11

$\neg(G \leftrightarrow H) \vdash \neg G \leftrightarrow H$

1	$\neg(G \rightarrow H)$	

TUESDAY