

Ex:  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \therefore A \wedge (B \vee C)$

①

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \equiv A \wedge (B \vee C)$$

1	$(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$	
2	$A \wedge B$	
3	A	$\wedge E 2$
4	$A \wedge C$	
5	A	$\wedge E 4$
6	A	$\vee E 1, 2-3, 4-5$
7	$A \wedge B$	
8	B	$\wedge E 7$
9	$B \vee C$	$\vee I 8$
10	$A \wedge C$	
11	C	$\wedge E 10$
12	$B \vee C$	$\vee I 11$
13	$B \vee C$	$\vee E 1, 7-9, 10-12$
14	$A \wedge (B \vee C)$	$\wedge I 6, 13$

Ex:  $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

1	$A \rightarrow B$	
2	$\neg B$	
3	$A$	
4	$B$	$\rightarrow E$ 1,3
5	$\perp$	$\neg E$ 2,4
6	$\neg A$	$\neg I$ 3-5
7	$\neg B \rightarrow \neg A$	$\rightarrow I$ 2-6
8	$(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$	$\rightarrow I$ 1-7

(A1)

p.159

$(A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \vdash A \rightarrow (B \wedge C)$

1	$A \rightarrow B$
2	$A \rightarrow C$
<hr/>	
3	$A$
<hr/>	
4	$B \rightarrow E 1,3$
5	$C \rightarrow E 2,3$
6	$B \wedge C \wedge I 4,5$
7	$A \rightarrow (B \wedge C) \rightarrow I 3-6$

(A7)

p.159

$\neg A \vee \neg B \therefore \neg(A \wedge B)$

1	$\neg A \vee \neg B$
<hr/>	
2	$A \wedge B$
<hr/>	
3	$\neg A$
<hr/>	
4	$A \wedge E 2$
5	$\perp \neg E 3,4$
<hr/>	
6	$\neg B$
<hr/>	
7	$B \wedge E 2$
8	$\perp \neg E 6,7$
9	$\perp \vee E 1,3-5, 6-8$
10	$\neg(A \wedge B) \neg I 2-9$

Ex: p.159  
 A3

$$A \rightarrow (B \rightarrow C) \vDash (A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)$$

1	$A \rightarrow (B \rightarrow C)$	
2	$A \rightarrow B$	
3	$A$	
4	$B \rightarrow C$	$\rightarrow E 1, 3$
5	$B$	$\rightarrow E 2, 3$
6	$C$	$\rightarrow E 4, 5$
7	$A \rightarrow C$	$\rightarrow I 3-6$
8	$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C) \rightarrow I 2-7$	

Ex: p.159 (4)  $\vDash \neg A \rightarrow (A \rightarrow \perp)$

$$\neg A \vDash A \rightarrow \perp$$

1	$\neg A$	
2	$A$	
3	$\perp$	$\neg E 1, 2$
4	$A \rightarrow \perp$	$\rightarrow I 2-3$
5	$\neg A \rightarrow (A \rightarrow \perp) \rightarrow I 1-4$	

p.159

(C2)

$$\vDash \neg(A \wedge \neg A)$$

1	$A \wedge \neg A$	
2	A	$\wedge E$ 1
3	$\neg A$	$\wedge E$ 1
4	$\perp$	$\neg E$ 3,2
5	$\neg(A \wedge \neg A)$	$\neg I$ 1-4

p.160

(D1)

$$\vDash \neg \neg A \rightarrow A$$

1	$\neg \neg A$	
2	$\neg A$	
3	$\perp$	$\neg E$ 1,2
4	A	$\neg E$ 2-3
5	$\neg \neg A \rightarrow A$	$\rightarrow I$ 1-4